

L2 de Relatividade 08/06/2010

Curso de Relatividade - 2010.1 - UFF - Prof. Marco Moriconi

1. Suponha que $V^\mu = T^{\mu\nu}S_\nu$ é um 4-vetor contravariante para qualquer 4-vetor covariante S_ν . Mostre que $T^{\mu\nu}$ é um tensor contravariante de segunda ordem.
2. Considere um 4-vetor contravariante A^μ , cuja componente A^0 é nula em qualquer referencial. Mostre que A^μ deve ser identicamente nulo.
3. Mostre que $\vec{E} \cdot \vec{B}$ e $E^2 - B^2$ são invariantes de Lorentz. [sugestão: expresse essas quantidades em termos do tensor de Faraday $F^{\mu\nu}$.] Usando esses resultados resolva os seguintes itens:
 - (a) Mostre que se em uma região do espaço o campo é puramente elétrico, então não há transformação de Lorentz que o transforme em um campo puramente magnético.
 - (b) Mostre que se $\vec{E}$ é perpendicular a $\vec{B}$ em um referencial inercial, então eles são perpendiculares em todos os referenciais inerciais.
4. Em um certo referencial, os campos elétrico e magnético não são nem paralelos nem perpendiculares em um certo ponto do espaço-tempo. Mostre que existe um referencial inercial no qual os campos são paralelos neste ponto.[sugestão: escreva o tensor de Faraday nesse ponto da forma mais simples o possível. Procure uma transformação de Lorentz em uma direção apropriada de tal forma a realizar o que queremos.]
5. Considere um fio infinito ao longo do eixo z , cuja seção transversal é circular de raio R , e com uma densidade de carga $J^0 = \rho_0$. Note que estamos escrevendo a componente zero do 4-vetor corrente.
 - (a) Usando a lei de Gauss, encontre o campo elétrico na região fora do fio.
 - (b) Escreva o tensor de Faraday $F^{\mu\nu}$ para esse sistema.
 - (c) Efetue uma transformação de Lorentz ao longo do eixo z . Encontre o tensor de Faraday nesse referencial em movimento. Encontre os campos elétrico e magnético.
 - (d) Se quisermos cancelar o campo elétrico do item anterior, devemos superpor um outro fio com uma certa densidade de carga elétrica. Qual é a densidade que devemos escolher?